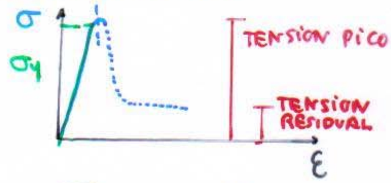
PLASTICIDAD Y ROTURA

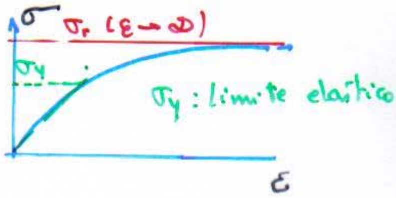
- Se entiende por "rotura" cuando el solido no puede soportar las cargas actuantes, con lo que se disgrega el mismo y pasa parte de la energia de deformacion a energia de movimiento

"FRACTURA" es la formación de planos de separacion en la roca

ROTURA
- FRAGIL . SE ALCANZA UN UMBRAL, Y PASADO ESTE SE PIERDE LA RESISTENCIA



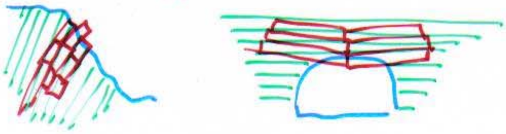
- DUCTIL. SUPERADO UN UMBRAL, EN INCREMENTO DEFORMACIONES ES TANTO MAYOR CUANTO MAS SE SUPERE EL CITADO UMBRAL



MECANISMOS DE ROTURA
- ROTURA POR CORTANTE

- ROTURA POR COMPRESION

- ROTURA POR FLEXION



- ROTURA POR TRACCION

- ROTURA POR COLAPSO O EQUICOMPRESION

ROTURA DE ENLACES EN MEDIOS CEMENTADOS POCO DENSOS

- Se entiende por "plastificación" cuando el sólido alcanza deformaciones no recuperables.

DESDE EL PUNTO DE VISTA TEORICO SE DEBEN ABORDAR IGUAL "ROTURA" Y "PLASTIFICACION", DENOMINANDOLO EN GENERAL COMO "CRITERIO DE ROTUR".

CRITERIO DE ROTURA

FUNCION ESCALAR EN EL ESPACIO DE TENSIONES QUE INDICA EL UMBRAL DE UN OPERADOR A PARTIR DEL CUAL NO ES APLICABLE EL CRITERIO ELASTICO.

OPERADOR $f(\sigma_{ij}) \leq 0$ CRITERIO DE ROTURA

SUPERFICIE DE FLUENCIA: CONTORNO DEL DOMINIO ELASTICO EN EL SOLIDO

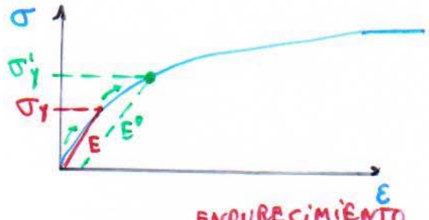
CAMPO DE VELOCIDADES O LEY DE FLUENCIA

INDICA LA DIRECCION Y MAGNITUD DE LAS DEFORMACIONES PLASTICAS QUE NO PUEDEN DETERMINARSE POR EL METODO ELASTICO

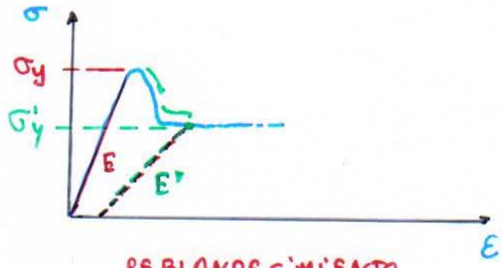
LEY DE FLUENCIA. - FUNCION VECTORIAL QUE RELACIONA:
- INCREMENTO DE DEFORMACION CON TIEMPO.
- FUNCION ESCALAR ISOTROPA ADIMENSIONAL DENOMINADA POTENCIAL PLASTICO (GRADIENTE).

CRITERIO DE RIGIDIZACION O REBLANDECIMIENTO

AL PRODUCIRSE DEFORMACIONES PLASTICAS SE MODIFICAN LOS PARAMETROS ELASTICOS Y EL CRITERIO DE ROTURA

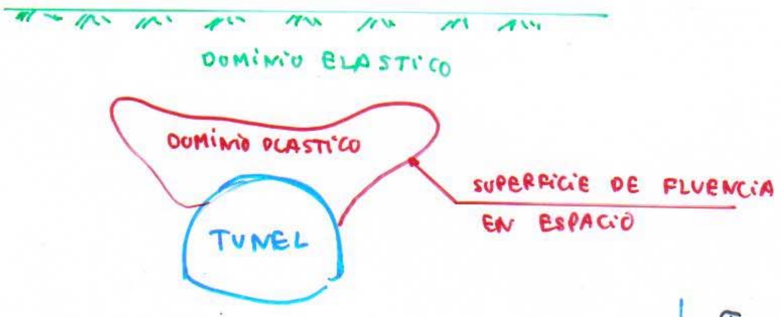


ENDURECIMIENTO

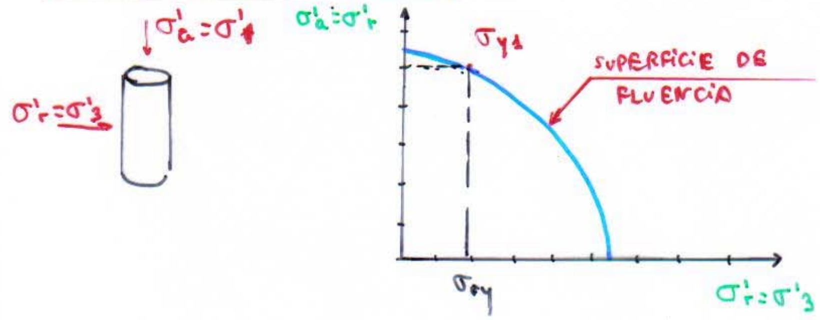


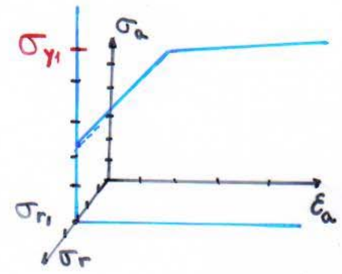
REBLANDECIMIENTO

ROTURA
- CRITERIO DE ROTURA
- LEY DE FLUENCIA
- CRITERIO DE RIGIDIZACION



SUPERFICIE DE FLUENCIA





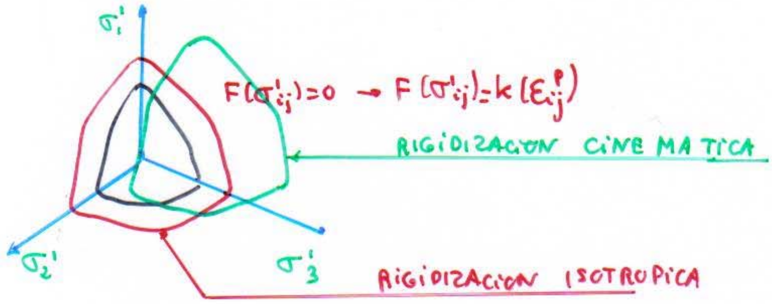
CRITERIO DE RIGIDIZACION

SE ASUME QUE LA DEFORMACION TOTAL PUEDE DESCOMPONERSE EN DOS COMPONENTES, ELASTICA Y PLASTICA

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{e} + d\varepsilon_{ij}^{p}$$

EL CRITERIO DE ROTURA CONSIDERANDO RIGIDIZACION PUEDE REPRESENTARSE

$F(\sigma'_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}) = 0$ → DEPENDENCIA DEL CRITERIO DE LAS DEFORMACIONES PLASTICAS



Si $k(\varepsilon_{ij}^{p})$ funcion de trabajo plastico → modelos rigidizables por trabajo "work-hardening"

Si $k(\varepsilon_{ij}^{p})$ funcion escalada de deformaciones → "strain-hardening"

Para un material perfectamente plastico $k(\varepsilon_{ij}^{p}) = \emptyset$

EN EL CASO DE MATERIAL RIGIDIZABLE DEBE CUMPLIRSE QUE NO HAY INCREMENTOS DE DEFORMACION PARA CARGA NEUTRA.

ESTA CONDICION SE SATISFACE SI:

$$d\epsilon_{ij}^{p} = \lambda_{ij} \cdot dF$$

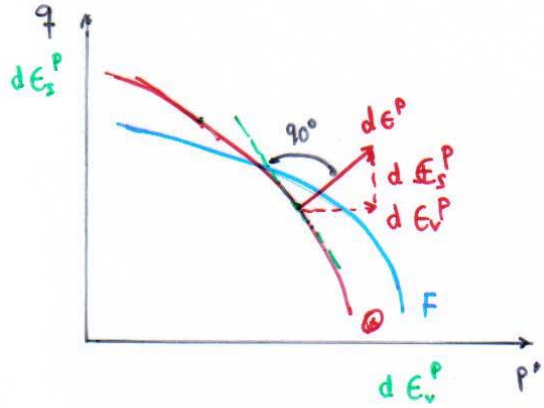
λ_{ij} : tensor simétrico $\left\{ \begin{array}{l} \text{Tensiones (no de sus incrementos)} \\ \text{historia de tensiones.} \end{array} \right.$

Las componentes de este tensor pueden expresarse:

$$\lambda_{ij} = h \frac{\partial G}{\partial \sigma'_{ij}} \Rightarrow d\epsilon_{ij}^{p} = h \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma'_{ij}} \cdot dF$$

VECTOR ϵ_{ij}^{p} $\perp$ a $Q=0$ en el punto de intersección con σ'_{ij} →

→ LEY DE FLUENCIA



Si h ↔ Influencia historia de Tensiones

⇓

Q función de tensiones

⇓

POTENCIAL PLASTICO

Si $F \equiv Q$ . . CASO DE FLUENCIA ASOCIADA.

Si $F \not\equiv Q$ FLUENCIA NO ASOCIADA

LEY DE NORMALIDAD

Postulados de estabilidad de Druker (1959)
- Durante la aplicación de cargas, el trabajo realizado por acciones externas es positivo.
  $d\sigma'_{ij} \cdot (d\epsilon_{ij}^{e} + d\epsilon_{ij}^{p}) \geq 0$ [1]
- El trabajo plástico en un ciclo de carga es cero o positivo
  $d\sigma'_{ij} \cdot d\epsilon_{ij}^{p} \geq 0$ [2]

De [1] La superficie de fluencia debe ser convexa

De [2] El vector incremento de deformación plástica es $\perp$ a superficie fluencia

Si consideramos

$$\dot{\sigma},\ \dot{\varepsilon} \simeq d\sigma \text{ y } d\varepsilon \simeq \Delta\sigma \text{ y } \Delta e$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \Rightarrow \dot{\sigma} = D^e : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p)$$ (: Producto matricial)

D^e: Tensor elastico

a : Vector $\perp$ a la linea de fluencia $\quad a = \dfrac{\partial F}{\partial \sigma}$

r : Vector $\perp$ al potencial plastico G $\quad r = \dfrac{\partial G}{\partial \sigma}$

Para plasticidad asociada $\quad a = r \quad F = G$

Valor de la deformacion Plastica

Si $F = F(\sigma, q) \Rightarrow \dot{F} = \dfrac{\partial F}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \dfrac{\partial F}{\partial q} : \dot{q} = a : D^e : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) + \dfrac{\partial F}{\partial q} : \dot{q}$

Pero $\quad \dot{\varepsilon}^p = d\lambda \cdot r(\sigma, q)$ $\begin{cases} d\lambda: \text{escalar que define amplitud.} \\ r: \text{Vector que describe la direccion} \end{cases}$

$\dot{F} = a : D^e : (\dot{\varepsilon} - d\lambda \cdot r) + \dfrac{\partial F}{\partial q} : d\lambda\, h = 0 \Rightarrow$ Ya que las tensiones se mantienen dentro de la superficie de fluencia durante la deformacion plastica:

El segundo sumando corresponde a considerar una ley de endurecimiento del tipo:

$\dot{q} = d\lambda\, h(\sigma, q) \rightarrow h$: funcion de endurecimiento

En todos los casos λ: magnitud de la deformacion plastica.

Luego de la igualdad anterior.

$$d\lambda = \frac{a : D^e : \dot{\varepsilon}}{(a : D^e : r) - \dfrac{\partial F}{\partial q} : h}$$

La matriz o tensor elastoplastico será:

$$\dot{\sigma} = D^e : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) = D^e : (\dot{\varepsilon} - d\lambda \cdot r) = D^e : \left[\dot{\varepsilon} - r \frac{a : D^e : \dot{\varepsilon}}{(a : D^e : r) - \dfrac{\partial F}{\partial q} : h} \right] = D^{ep} : \dot{\varepsilon}$$

En caso de elastoplasticidad perfecta sin ley de endurecimiento ($h = \emptyset$)

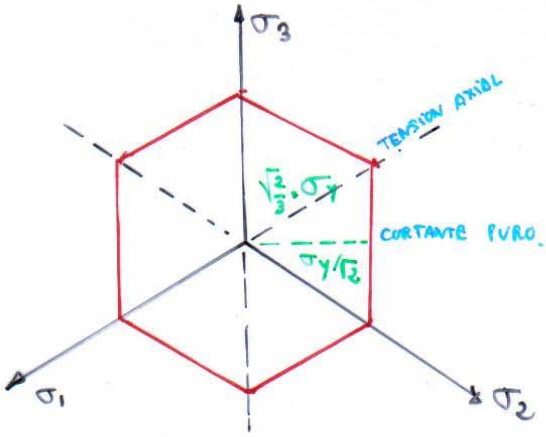
$$D^{ep} = \left[D^e - \frac{D^e : r : a : D^e}{a : D^e : r} \right]$$ Si $a \neq r$ Matriz no simetrica

CRITERIOS DE ROTURA

CRITERIO DE TRESCA

Limita el cortante

$\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_y$ $\quad$ σ_y: Tension de rotura.



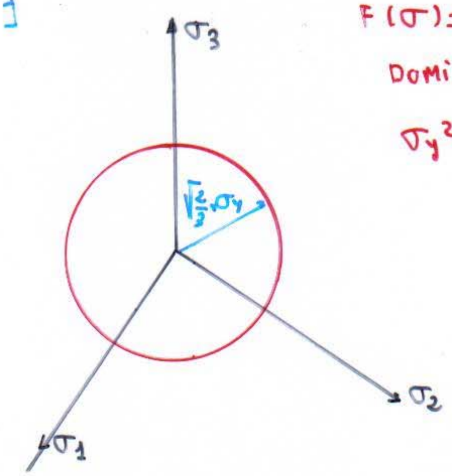
$F(\sigma) = \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_y$

DOMINIO ELASTICO

$F(\sigma) \not> 0 \quad \sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_y \not> 0$

CRITERIO DE VON MISES

$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3 \leq \sigma_y^2 \Leftrightarrow I_1^2 - 3I_2 \leq \sigma_y^2$



$F(\sigma) = I_1^2 - 2I_2 - \sigma_y^2$

DOMINIO ELASTICO

$\sigma_y^2 - I_1^2 + 2I_2 > 0$

RECORDAMOS:

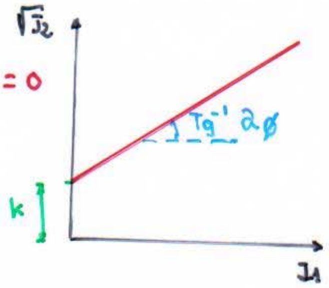
I_1, I_2, I_3: Invariantes tensor de tensiones

$0, J_2, J_3$: Invariantes tensor desviador

$J_2 = \frac{1}{3}I_1^2 - I_2$

$J_3 = \frac{2}{27}I_1^3 - \frac{1}{3}I_1 I_2 + I_3 = I_3 - I_2 \cdot p + 2p^3$ $\quad$ $p = \frac{I_1}{3}$

CRITERIO DE DRUKER- PRAGER



SUPERFICIE DE FLUENCIA

$$F(\sigma) = a_\phi \, I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0$$

a_ϕ, k: Propiedades del material.

(Para $a_\phi = 0 \Rightarrow$ Criterio de Von Mises)

LEY DE FLUENCIA

Para plasticidad asociada $r \equiv a$ $\quad a_{ij} = a_\phi \, \delta_{ij} + \dfrac{1}{2\sqrt{J_2}} \, S_{ij} = \dfrac{\partial F}{\partial \sigma}$

δ_{ij}: Delta de Dirac. $\delta_{ii} = 1$ $\delta_{ij} = 0$

$S_{ij} \neq \tau_{xy}$

Para plasticidad no asociada, suponemos una superficie del potencial plástico del tipo:

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma} = r \rightarrow r_{ij} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = a_\psi \, \delta_{ij} + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot S_{ij}$$

ESTA LEY ES ASOCIADA EN LA COMPONENTE DESVIADORA Y NO ASOCIADA EN LA VOLUMETRICA $(a_\psi \neq a_\phi)$

LIMITACION DE TRACCIONES

PUEDE ESTABLECERSE EN CONJUNCION CON CRITERIO DRUKER- PRAGER

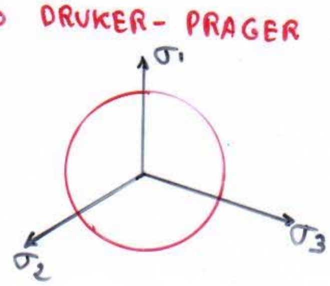
$I_1 \leq I_{1T}$ para tension tangencial s nula.

$\dfrac{q}{p} = -\dfrac{3\sqrt{3J_2}}{I_1} \leq 3$ se limita al valor de compresion uniaxial.

LEY DE FLUENCIA $\quad F(\sigma) = \dfrac{1}{\sqrt{3}} I_1 + \sqrt{J_2} - \dfrac{1}{\sqrt{3}} I_{1T} = 0$

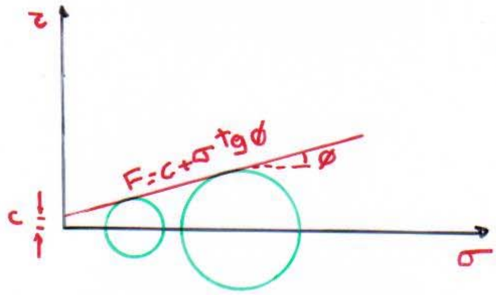
- Para plasticidad asociada $\quad r_{ij} = a_{ij} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \delta_{ij} + \dfrac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot S_{ij}$

INTERSECCION DE CRITERIO DRUKER- PRAGER CON PLANO DESVIADOR DA UN CONO



CRITERIO DE MOHR-COULOMB

ESTABLECIDO POR MOHR (1900) - COULOMB (1773)



C: cohesion

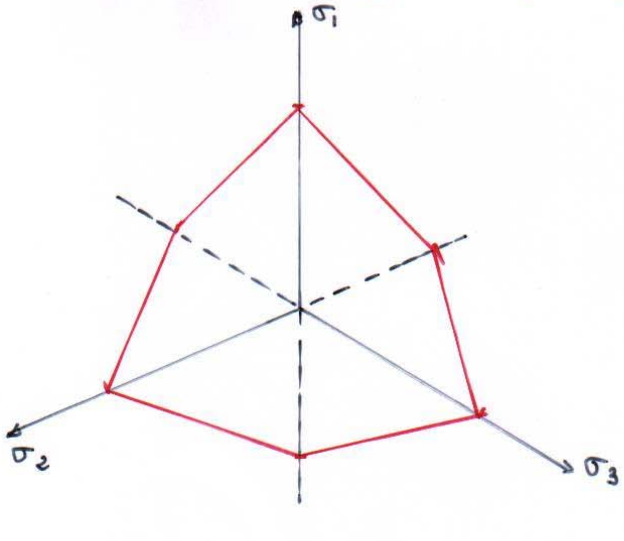
∅: Angulo de rozamiento interno

EN FUCION DE LAS TENSIONES PRINCIPALES

$$\sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\phi - 2c\cos\phi = 0$$

INTERSECCION CON PLANO DESVIADOR DA UN HEXAGONO IRREGULAR

EN EL PLANO DESVIADOR (OCTAHEDRICO)

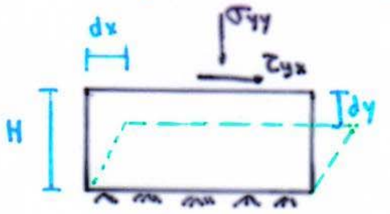


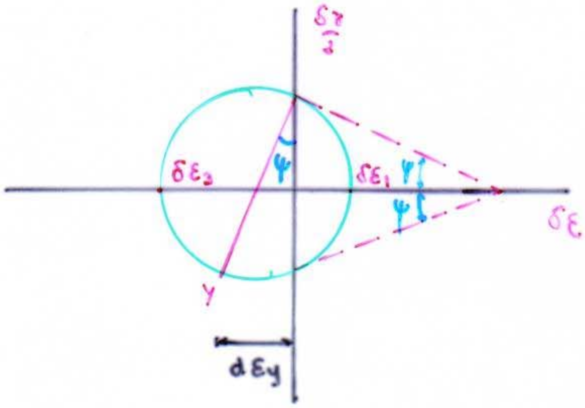
Si se considera $\sigma_3 = 0$ (compresion uniaxial) $\quad \sigma_c = \dfrac{2c\cos\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi}$

y la resistencia a traccion en extension uniaxial $\quad \sigma_T = \dfrac{2c\cos\phi}{1 + \operatorname{sen}\phi}$

DILATANCIA

LAS DEFORMACIONES PLASTICAS SE DESARROLLAN CON UN INCREMENTO DE VOLUMEN. $\longleftrightarrow$ DILATANCIA.





LAS DEFORMACIONES SON:

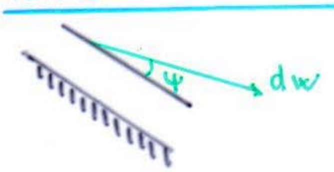
$d\epsilon_y = \frac{dy}{H}$ $\quad d\gamma_{yx} = \frac{dx}{H}$

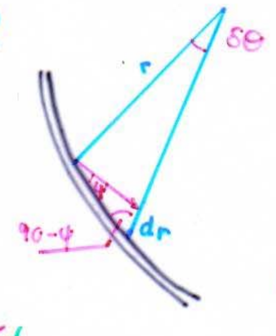
PERO POR LA GEOMETRIA DEL CIRCULO DE MOHR, EN EL PLANO DE ACORTAMIENTO NULO

$tg\,\psi = -\frac{d\epsilon_y}{d\gamma_{xy}}$ SIGNO DE ψ DEPENDE DE $d\epsilon_y$ O dy

TAMBIEN $\sin\psi = -\frac{d\epsilon_1 + d\epsilon_3}{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}$

PLANOS DE DESLIZAMIENTO





$\frac{dr}{r\,d\theta} = tg\,\psi$

$r_1 = r_0 \exp(\Delta\theta\, tg\,\psi)$

$\downarrow$

ESPIRAL LOGARITMICA O RECTA SI $\psi = 0$.

SI $\psi = 0$ → RECTAS O LINEAS CIRCULARES

EN PLASTICIDAD ASOCIADA $\psi = \phi$ → CON ~~$\phi = 0$~~ (SIN DRENAJE) ROTURA CIRCULAR

CRITERIO DE HOEK Y BROWN

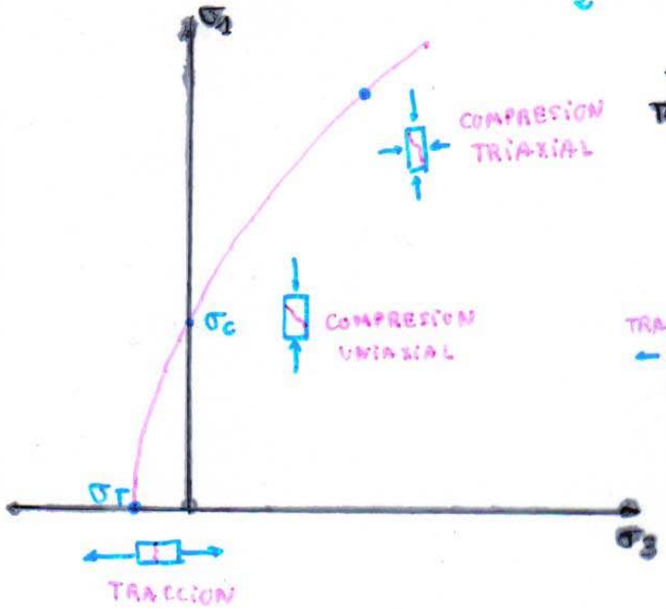
$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m_i \sigma_{ci} \sigma_3 + \sigma_{ci}^2}$$

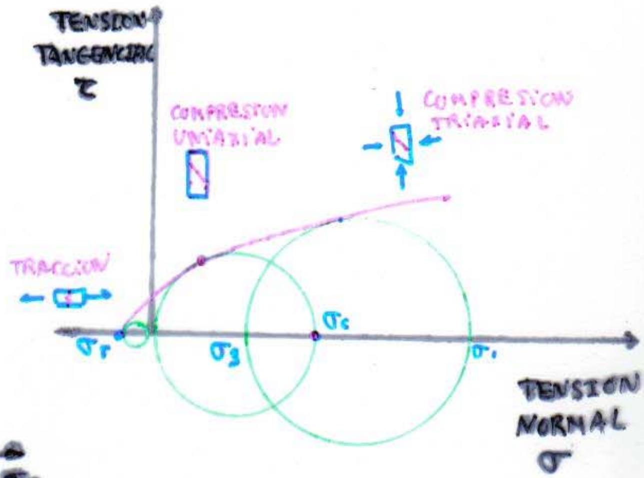
σ_{ci} : resistencia compresion matriz rocosa

m : Parametro de tablas o ensayos

También
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{ci}} = \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + \sqrt{m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1}$$

La resistencia a traccion
$$\sigma_T = \frac{1}{2} \sigma_{ci} \left(m_i - \sqrt{m_i^2 + 4}\right) \quad \begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \sigma_3 = \sigma_T \end{cases}$$





$$\tau = A \cdot \sigma_{ci} \cdot \left(\frac{\sigma_n - \sigma_{ci}}{\sigma_c}\right)^B$$

A, B : funcion de m_i

LA SUPERFICIE DE FLUENCIA SERA:

$$F(\sigma) = \left[\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_{ci}}\right]^2 + m_i \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 = 0$$