MECANICA DE ROCAS

TEMAS 7 Y 8 – PROBLEMAS

PROBLEMA 1

Las tensiones de un elemento en el espacio son:

$\sigma_x = 8$ MPa	$\sigma_y = 3$ MPa	$\sigma_z = -5$ MPa
$\tau_{xy} = 4$ MPa	$\tau_{xz} = -2$ MPa	$\tau_{yz} = 1$ MPa

El módulo de deformación del material es de 2500 MPa y su coeficiente de Poisson, $\nu = 0.15$.

Se pide:

a) Determinar los valores de las tensiones principales
b) Obtener las deformaciones principales y analizar el valor de las mismas
c) Calcular el valor máximo de la tensión tangencial
d) Calcular el valor de la máxima distorsión angular

Solución:

La matriz de tensiones sería:

$$\begin{vmatrix} 8 & 4 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

Por la definición de invariantes:

$$\text{INVARIANTES}\begin{cases} I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \\ I_2 = \sigma_x\,\sigma_y + \sigma_y . \sigma_z + \sigma_z . \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{zy}^2 \\ I_3 = \sigma_x . \sigma_y . \sigma_z - \sigma_x\,\tau_{zy}^2 - \sigma_y . \tau_{xz}^2 - \sigma_z\,\tau_{xy}^2 - 2\,\tau_{xy}\,\tau_{yz}\,\tau_{xz} \end{cases}$$

$I_1 = 8 + 3 - 5 = 6$
$I_2 = 8 \text{ x } 3 + 8 \text{ x } -5 + 3 \text{ x } -5 - 4^2 - (-2)^2 - 1^2 = -52$
$I_3 = 8 \text{ x } 3 \text{ x } -5 - 8 \text{ x } 1^2 - 3 \text{ x } (-2)^2 - (-5) \text{ x } 4^2 - 2 \text{ x } 4 - 2 \text{ x } 1 = -44$

La ecuación característica es:

$$\sigma_i^3 - I_1 \sigma_i^2 + I_2 \sigma_i - I_3 = 0$$

ECUACION CARACTERISTICA

$$\Downarrow$$

$$\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3$$

Resultando la ecuación:

$X^3 - 6x^2 - 52x + 44 = 0 = f(x)$

Resultando al resolver la ecuación:

$\sigma_1 = 10.54$ MPa
$\sigma_2 = 0.785$ MPa
$\sigma_3 = -5.32$ MPa

Las deformaciones según las direcciones principales serán:

E = 2500 MPa $\qquad\qquad \nu = 0.15$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} x\sigma_1 - \frac{\nu}{E} x\sigma_2 - \frac{\nu}{E} x\sigma_3 = 0.004488$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\nu}{E} x\sigma_2 + \frac{1}{E} x\sigma_1 - \frac{\nu}{E} x\sigma_3 = 0.0000008$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\nu}{E} x\sigma_1 - \frac{\nu}{E} x\sigma_2 + \frac{1}{E} x\sigma_3 = -0.0028075$$

Como ε_2 es mucho menor que ε_1 y ε_3, podemos considerar que estamos en un problema de deformación plana según el plano definido por σ_1 y σ_3, siendo aplicables por tanto los criterios del círculo de Mohr en este plano.

El valor máximo de la tensión tangencial será:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} (10.54 + 5.32) = 7.93 \text{ MPa}$$

La distorsión angular máxima sería:

$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

Siendo:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 1087 \text{ MPa}$$

$\gamma = 0.007295$

Del mismo modo, utilizando el círculo de Mohr en deformaciones, tendríamos:

$\frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \; = \; \frac{1}{2}(0.004488 + 0.0028075)$, resultando el mismo valor que con el procedimiento anterior.

PROBLEMA 2

Se denomina en los criterios clásicos de túneles, como arco de descarga **el peso del terreno inestable y que debería descansar sobre el sostenimiento-revestimiento.**

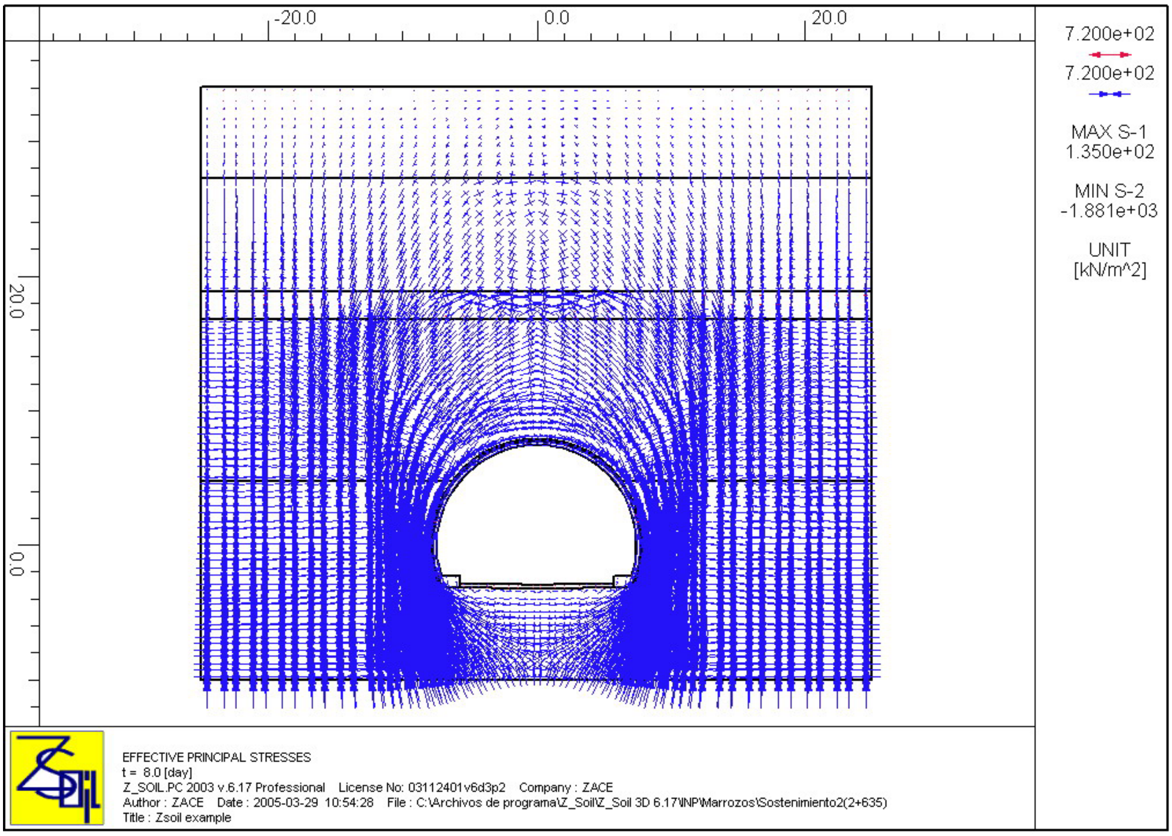
En la figura adjunta puede verse la distribución de las elipses de tensiones del cálculo de una sección de túnel, así como un detalle del entorno por encima del túnel.

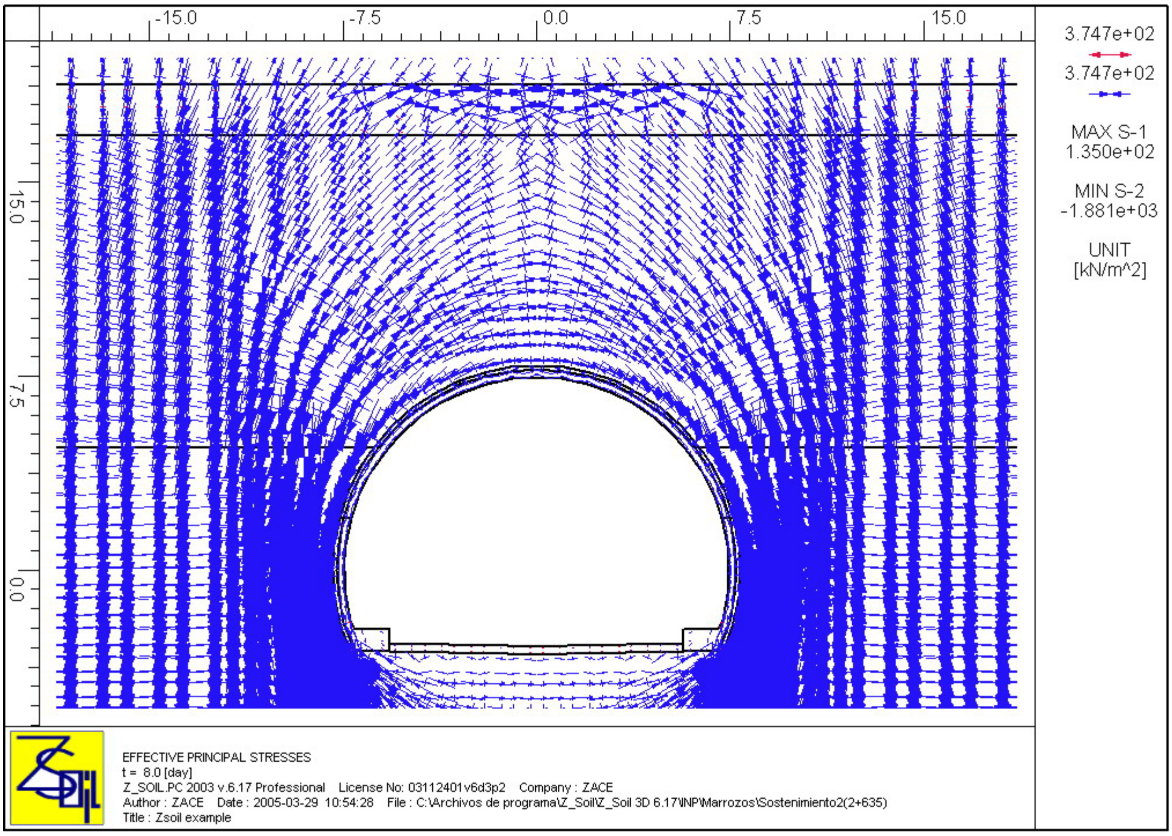
Se pide:

- Dibujar las isostáticas
- Determinar el ancho de terreno por detrás de hastiales que sería afectado por la excavación de túnel.
- Dibujar el arco de descarga.

Solución

A resolver en clase.


-20.0
0.0
20.0
20.0
0.0
7.200e+02
7.200e+02
MAX S-1
1.350e+02
MIN S-2
-1.881e+03
UNIT
[kN/m^2]
EFFECTIVE PRINCIPAL STRESSES
t = 8.0 [day]
Z_SOIL.PC 2003 v.6.17 Professional License No: 03112401v6d3p2 Company : ZACE
Author : ZACE Date : 2005-03-29 10:54:28 File : C:\Archivos de programa\Z_Soil\Z_Soil 3D 6.17\INP\Marrozos\Sostenimiento2(2+635)
Title : Zsoil example


-15.0
-7.5
0.0
7.5
15.0
15.0
7.5
0.0
3.747e+02
3.747e+02
MAX S-1
1.350e+02
MIN S-2
-1.881e+03
UNIT
[kN/m^2]
EFFECTIVE PRINCIPAL STRESSES
t = 8.0 [day]
Z_SOIL.PC 2003 v.6.17 Professional License No: 03112401v6d3p2 Company : ZACE
Author : ZACE Date : 2005-03-29 10:54:28 File : C:\Archivos de programa\Z_Soil\Z_Soil 3D 6.17\INP\Marrozos\Sostenimiento2(2+635)
Title : Zsoil example

PROBLEMA 3

De un ensayo a compresión con bandas en una probeta de roca de 3.5 cm de diámetro y 7 cm de altura, se han obtenido los siguientes resultados:

Fuerza prensa (t)	**Deformación vertical (10^{-6})**	**Deformación horizontal**	
		Galga 1 (10^{-6})	**Galga 2 (10^{-6})**
0.5	120	15	35
1.0	245	50	58
2.0	495	110	108
3.0	740	150	160
4.0	995	220	198
5.0	1240	256	240
6.0	1492	300	296
7.0	1746	360	304
8.0	2000	380	340

Se pide:

- Determinar los valores del módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson
- Determinar cuál sería el módulo de elasticidad tangente, y el secante para un valor de la tensión igual al 50% de la rotura, supuesto que la roca rompe en el último valor indicado.

Solución:

Fuerza prensa (t)	**Tensión (kp/cm^2)**	**Deformación vertical (10^{-6})**	**E (kp/cm^2)**	**Deformación horizontal**			**ν**
				Galga 1 (10^{-6})	**Galga 2 (10^{-6})**	**Valor medio (10^{-6})**	
0.5	52	120	433333	15	35	25	0.21
1.0	104	245	424490	50	58	54	0.22
2.0	207.9	495	420000	110	108	109	0.22
3.0	311.8	740	421351	150	160	155	0.21
4.0	415.7	995	417789	220	198	209	0.21
5.0	519.7	1240	419113	256	240	248	0.20
6.0	623.6	1492	417962	300	296	298	0.20
7.0	727.5	1746	416667	360	304	332	0.19
8.0	831.5	2000	415750	380	340	360	0.18

PROBLEMA 4

En un ensayo triaxial en roca con tensión de confinamiento de 20 MPa, se han obtenido los siguientes valores:

Tensión axial (MPa)	**Deformación vertical (10^{-6})**	**Deformación radial (10^{-6})**
20	65	5
40	120	12
60	160	21
80	200	32

Se pide obtener:

- Módulo de deformación tangente
- Módulo de deformación secante en la rotura
- Coeficiente de Poisson tangente
- Coeficiente de Poisson en la rotura
- Deformación volumétrica
- Módulo de deformación volumétrica tangente
- Módulo de deformación volumétrica en la rotura

Se considera rotura el último valor de la medida.